

Klassenstufe 10

Geometrie

Kreis

Aufgabensammlung zu Kreisteile, Kreisfiguren

Diese Sammlung wird weiter ergänzt

Datei Nr. 11520

Friedrich Buckel

Stand: 2. Mai 2009

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Hinweis:

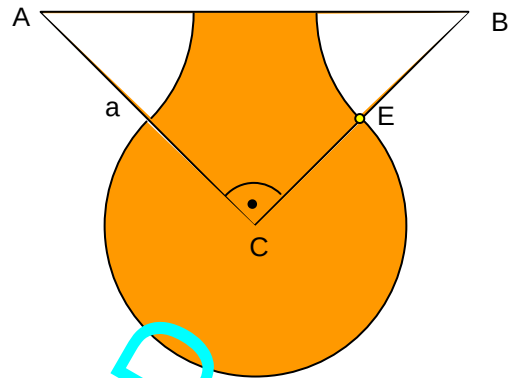
Diese Aufgabensammlung enthält Lücken in der Nummerierung und auch im Platz auf den Seiten. Dort sollen künftig weitere Aufgaben Platz finden.

Demo: Mathe-CD

Eine Aufgabe als DEMO:**Aufgabe 212**

Berechne Fläche und Umfang der tropfenförmigen Figur. Entweder allgemein in Abhängigkeit von a oder mit $a = 6$ cm.

E sei der Mittelpunkt der Strecke BC.



Demo: Mathe-CD

Lösung 212

Das Dreieck ist gleichschenkelig rechtwinklig,
hat also bei A und B die Winkel 45° .

Es ist ein halbes Quadrat und hat daher den Inhalt

$$A_1 = \frac{1}{2} a^2 = 18 \text{ cm}^2.$$

Davon muss man die Fläche zweier Kreisausschnitte
subtrahieren, sie bilden zusammen einen Viertelkreis
mit dem Radius $r_1 = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} a$.

Ihre Fläche zusammen ist also:

$$A_2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \left(\frac{1}{2} a\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \frac{1}{4} a^2 = \frac{1}{16} \pi a^2$$

Die gefärbte Fläche innerhalb des Dreiecks ist somit:

$$A_3 = A_1 - A_2 = \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{16} \pi a^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{16} \pi\right) a^2$$

Mit Zahlen: $a = 6 \text{ cm}$

$$A_3 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{16} \pi\right) \cdot 36 \cdot \text{cm}^2 \approx 19,9 \text{ cm}^2$$

Der untere Teil ist ein Dreiviertelkreis mit $r_2 = \frac{1}{2} a = 3 \text{ cm}$

$$A_4 = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2} a\right)^2 = \frac{3}{16} \pi a^2 = \frac{3}{16} \pi \cdot 36 \text{ cm}^2 \approx 21,2 \text{ cm}^2$$

Somit ist der Inhalt der Gesamtfläche: $A_g = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{16} \pi\right) a^2 + \frac{3}{16} \pi a^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} \pi\right) a^2 \approx 32,1 \text{ cm}^2$

KURZLÖSUNG:

Zeichnet man durch C die Parallele zu AB, dann entstehen
zwei Sektoren S_3 und S_4 , genau so groß wie S_1 und S_2 .

Nimmt man diese aus der Figur heraus und fügt sie bei A und
B ins Dreieck ein, dann ist das Dreieck voll und unten bleibt
noch ein Halbkreis übrig. Die Berechnung gelingt dann schneller:

$$A_g = A_{ABC} + \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{1}{2} a\right)^2 = \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} \pi \cdot \frac{1}{4} a^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} \pi\right) a^2$$

Umfang

Vierteilkreis mit $r_1 = \frac{1}{2} \cdot a = 3 \text{ cm}$,

Dreiviertelkreis mit $r_2 = \frac{1}{2} a = 3 \text{ cm}$.

Das gibt zusammen einen Vollkreis: $U = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} a = \pi a$

Schließlich noch die Strecke DE: $\overline{DE} = a\sqrt{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} a = a\sqrt{2} - a = a \cdot (\sqrt{2} - 1)$

$$U = \pi a + a(\sqrt{2} - 1) = a \cdot \underbrace{(\pi + \sqrt{2} - 1)}_{3,56} \approx 10,7 \text{ cm}$$

